総説

JIT 生産システムの理論

中島　健一*　　　方　蘇春**

Theory of A JIT Production System

Kenichi NAKASHIMA*　　Suchun FANG**

1．緒言

産業革命以来，企業体における生産活動は，生産者主導型で進められ，競合他社よりも，効率的であること，より低いコストであることが求められてきた．この結果，社会システムは，大量生産・大量消費・大量廃棄型の経済社会システムとなった．この社会システムは，化石燃料など，有限の資源を大量に使い地球環境に負荷を与えながら工業生産を拡大させてきた．

18世紀のワット（Watt J., 1736~1819）による蒸気機関の発明により，イギリスにおいて産業革命が始まり，人々の生活は変革した．工業化社会の発展は，製造技術分野のみだけではなく，システムの管理活動に対しても注目を集めることとなった．

テーラー(F. W. Taylor, 1856~1915)の科学的管理法，ないしテーラー・システムを近代的な工場管理の出発点として，工業的な生産活動を効率的に行うため，様々な生産管理技術が開発されてきた．テーラーとその門下生によって確立された科学的管理法は，一日の公平な作業（課業）を決定してこれを管理することをはじめ，仕事において初めて科学的なアプローチを導入した画期的な業績といえる．

２０世紀初期，フォード(H. Ford 1863~1947)によって開発されたベルトコンベヤによる流れ作業方式（フォードシステム）は，「標準化(Standardization)」，「単純化(Simplification)」，「専門化(Specialization)」の３ｓを志向し，1 車種大量生産方式を確立した．これにより，少品種大量生産が可能となり，高品質で安価な工業製品が大量に市場へ供給されるようになった．

ゼネラル・モータース社(GM)中興の祖と呼ばれる，スローン(A. P. Sloan Jr. 1875~1966)は，部品の共通化と設計技術を開発し，連続同期化を徹底した多車種大量生産方式を確立した．

しかしそれ以後，市場の成熟化に伴い，顧客のニーズは多様化し，生産システムは多品種少量生産を要求されることになる．このため少品種大量生産ゆえに可能であった，製品の低コスト，高流動生産の両立が困難となり，多くの企業は，大ロット生産による低コスト化のみを志向することになる．

ジャストインタイム（Just-In-Time: JIT）生産システムは，この多品種少量生産の条件のもとで，徹底的な無駄の排除によるコスト低減と高流動生産を実現した画期的な生産システムであり，トヨタ生産方式の同義語としてあるいは Kanban system として日本のみならず世界中で注目を集めてきた．

今日，我が国では従来のガソリン車に対して，いわゆるエコカーを「次世代車」あるいは「環境対応車」と呼んで，経済産業省では次のエコカーを「次世代車」と定義している．すなわち，ハイブリッド車（HV），プラグインハイブリッド車（PHV），電気自動車（EV），燃料電池車（ECV），低公害ディーゼル車（CDV）などである．また，「環境対応車」は次世代車+先進環境技術従来車としている．さらに，政府は表 1 に示すように 2020 年と 2030 年までのエコカー普及目標を設定している．我が国の石油資源が乏しいことや政府のバックアップもあり，日本自動車メーカーは早くからエコカーの開発に着手しており，その技術は世界をリードしている．しかしながら，これまでにも太陽電池など，優れた技術をもちながら中国，米国に対して国際的な競争では後れをとることとなっており，今後は国際競争力の強化に向けた取り組みが求められている．

本稿では，我が国において開発・実践され、今後モノ

*教授　情報システム創成学科
Professor, Dept. of　Information systems creation
**教授　聖泉大学
Professor, Seisen University

づくり分野での国際競争力にも貢献が期待される，JIT 生産システムについてその概念，および理論的な特性について示す．第２章において JIT 生産システムの考え方とそれを支える基本的仕組みについて概説し，第３章でシステムの基礎的運用手段であるかんばん方式の概要を説明する．第４章においては，外注かんばんと生産指示かんばんを用いた単一工程 JIT 生産システムのモデル化とシステムの安定条件を述べる．第５章では，確率モデルを解析する際に有効な手法となる確率順序および凸順序についての定義，およびその基本的性質を示し，第６章において, JIT 生産システムの特性を理論的に説明し、今後の展望について考察する．

表 1.　次世代自動車の普及目標（経済産業省資料抜粋）

	2020 年(%)	2030 年(%)
従来車	50～80	30～50
HV	20～30	30～40
EV・PHV	15～25	20～30
ECV	～１	～３
CDV	～５	5～10

２．JIT 生産システムの基礎概念

JIT 生産システムは，近年海外において，トヨタ生産方式の同義語として，あるいはその中核をなす JIT を実現するためのかんばん方式として広く使われている．トヨタ生産方式は，徹底的なムダの排除によるコスト低減をめざした生産システムであり，その基本理念は平準化を基礎とする JIT と自働化である．

JIT とは，必要な物を，必要な時に，必要なだけ生産するという理念であり，この理念のもとで，大野耐一(1978)は,「後工程引き取り, 後補充生産方式」を創造し，工程内，工程間で必要な情報を必要なときに伝える手段として「かんばん」を創案した. すなわち，いつ，何が，どれだけ必要かが最も早く，正確にわかる後工程が，使った分だけを前工程に引き取りに行き，前工程は引き取られた分だけを生産し, 補充するという生産方式である．この時，後工程が自工程の都合だけで一度にまとめて引き取れば，前工程はそのための在庫，あるいは生産能力を増やして対応しなければならず，負担を強いられることになる．したがって，後工程は前工程から引き取る部品の種類，量が平均化するように生産しなければならない．これを生産の平準化と呼んでいる．この平準化の利点をまとめれば，以下のようになる．

１．前工程の部品使用量が安定化し，その労働力，設備が効率的に運用できる．

２．小ロットないし，１個流しの生産と運搬により工程間在庫が低減する．

３．生産リードタイムが短縮し，市場の需要変動に柔軟に対応できる．

しかし, 平準化の利点を有効にするためにはその前提として，段取り時間の短縮が不可欠であり，異なる製品の作業に対する事前の訓練, 治工具等の準備が必要となる．

自働化とは, 機械に人間の知恵を付与することであり，良品のみを生産する理念である．すなわち，異常を自動的に検知して停止する自動機械，さらには不具合が発生すれば作業者がラインを停止させ，再発防止の手を打つ生産ラインを生み出している．さらに，JIT 生産システムを支える理念として，需要変動に応じて作業者を柔軟に変化させる少人化，作業者自らの提案により継続的な改善活動を進める創意工夫等がある．

JIT 生産システムで排除の対象となるムダとして，以下の７つのムダが挙げられている(大野 1978).

１．つくりすぎのムダ　　５．在庫のムダ
２．手待ちのムダ　　６．動作のムダ
３．運搬のムダ　　７．不良をつくるムダ
４．加工そのもののムダ

また JIT 生産システムの特徴をまとめれば，次のようになる．

１）多種少量生産システムに適合した後工程引き取り，後補充生産方式
（引き取りを訳してプル（pull）方式ともよばれている）
２）自律分散型生産システム
３）改善による「徹底的なムダの排除」の「仕組み」と改善活動
４）多能工とＵ字生産ライン

JIT 生産システムないしトヨタ生産方式は，多種少量生産に適合した生産システムである．その革新性，卓越性は 1973 年のオイルショック時に実証されており, 自動車産業における日本企業の優位性にも反映されている．そしてその中核をなす JIT を実現するかんばん方式（Kanban system）として全世界へ普及している．実際，製造業の復権をめざした米国を中心に 80 年代後半から活発な理論的研究が行われ, 1990 年にマサチューセッツ工科大学から提唱されたリーン生産システム(Ross *et al.* 1990)のモデルともなっている．

３．かんばん方式

かんばん方式は，需要変動，設備故障，出勤状況の変化等の製造現場のもつ様々な不確実性のもとで，JIT 生産を実現するために考案された「後工程引き取り，後補充生産方式」における情報伝達・制御手段である．実際，各工程で使われるかんばん枚数が決められると，その工程はかんばんの運用ルールに従い，自律分散的に生産活動を継続する(門田 1991).

部品あるいは製品の収容箱には 1 枚のかんばんが付けられ，工程内あるいは工程間を循環し，各工程における生産量や前工程からの部品の引取量を制御する．かんばんには大別して，生産指示かんばん(仕掛けかんばんとも呼ばれる)と引き取りかんばんの 2 種類がある(小谷 1987).

引き取りかんばんは，前工程が外注工場の場合，特に外注かんばんと呼ばれている．外注かんばんの場合，引き取りに行くのではなく，外注工場が定められた納入間隔で定期的に納入し，同時に発注をうける方式を採用している．したがって，この引き取り方式は，本質的に定期発注方式であり，発注から納入までの納入リードタイムは，自社内に比べて相対的に長くなる．

かんばんを運用するルールは，

1．後工程は，前工程へはずれた引き取りかんばん分だけ引き取りに行く．
2．前工程は，生産指示ポスト内のかんばん分だけ，その順番に生産する．
3．良品だけを生産し，後工程へ不良品を送らない．
4．かんばんは必ず現物に付けておき，実数と収容数が合わなければならない．
5．かんばんのない時は運ばない，作らない．
6．かんばんの枚数を減らしていく(問題を顕在化させる).

である．

かんばんの運用ルールから，各工程は与えられたかんばんのもとで，運用ルールに従い自律分散的に生産活動を継続することができる．そして，生産指示かんばんの枚数がその工程の製品の収容箱単位の最大在庫量になり，引き取りかんばんの枚数が前工程からの部品の収容箱単位の最大在庫量に対応する．もしかんばん枚数を多くすれば，工程は過剰在庫を抱えることになり，逆に少なくすれば材料・製品切れを引き起こすことになる(大野他 2002).

トヨタ自動車におけるかんばん枚数の計算式(小谷 1987)は，生産指示かんばんの場合，

$$M=[(DL_P+I_S)/u]$$

ここで，[x] は x 以上の最小の整数であり，M は生産指示かんばん枚数，D は平均需要量，L_P は引き取りによりかんばんがはずされてから生産が完了し，所定の位置におかれるまでのリードタイム，I_S は安全在庫量 (安全係数)，u は 収容数である．定量引き取り方式の場合，

$$N=[(DL_W+I_S)/u]$$

である．ここで，N は引き取りかんばん枚数，L_W はかんばんが外されてから引き取りが完了するまでのリードタイムである．

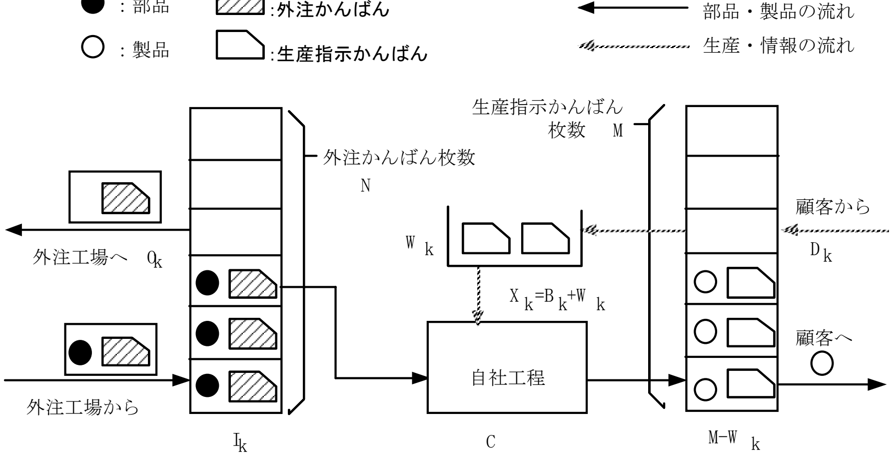

図１：生産指示・外注かんばんシステム

また，定期引き取り方式の場合，

$$N=[\{D(R+L)+I_S\}/u]$$

である．ここで，R は引き取り周期，L は引き取りを開始してから完了するまでのリードタイムである．

特に外注かんばんの場合，

$$N=[\{Da(1+c)/b+I_S\}/u]$$

で与えられる．ここで a-b-c は納入サイクルを表す定数であり，a 日間に b 回納入し，受注後 c 回目に納入されることを意味する．すなわち，納入間隔(周期)は a/b であり，納入リードタイムは，ac/b で与えられる．

４．JIT 生産システムの安定性と最適性

外注工場からの部品を用いて製品を完成させる生産指示・外注かんばんシステムを考える（図１）．生産指示かんばん枚数を M, 外注かんばん枚数を N とおく．さらに，部品あるいは製品の収容箱の収容数は１とするが，この条件が成立しない場合も以下と同様な議論が可能である．自社工程は単一品種製造工程であり，単位時間当たり生産能力を C とおく．単位時間当たりの需要は，平均 D をもつ独立かつ同一の分布に従うものとし，第 k 期の需要を D_k とする．また満たされなかった需要は繰り越されるものとする．以下，引き取り周期を１とし，納入リードタイムを L で表す．生産指示・外注かんばん方式では第 k 期首の発注が第$(k+L)$期首に納入される．すなわち外注かんばん方式では，かんばんの回収（発注）と同時に L 期前に発注された部品の納入が行われる．

第 k 期の部品在庫量を I_k, 生産指示かんばんポスト内のかんばん枚数 W_k, 繰り越し需要量を B_k とする．このとき第 k 期における総生産指示量は X_k となる．この生産指示・外注かんばんを考慮した JIT 生産システムに対して，待ち行列理論を用いて，以下の安定条件が導かれている(Ohno *et al.* 1995).

安定条件 ： $\min\{ C, M, N/(L+1) \}>D.$ (1)

ここで，JIT 生産システムが安定であるとは，第 k 期の総生産指示量 X_k にたいして，$k\to\infty$のとき X_k が極限分布をもつことを意味する．この極限分布に従う確率変数を X_∞とする．上式は $L+1$ 期間の平均需要量$(L+1)D$ がその期間の生産能力$(L+1)C$, 最大生産指示量$(L+1)M$ または外注かんばん枚数N未満であることがシステムの安定条件であることを示している．この条件のもとで，W_k, B_k も極限分布に収束し，確率変数 W_∞, B_∞ をもつ．したがって，単位時間当たり平均費用は以下の式で表される．

$$A(N,M)=A_I\,(N-(L+\frac{1}{2}D))+B_I\,(M-E(W_\infty))+A_B\,E(B_\infty)$$
$$+C_B\,Pr\{B_\infty>0\} \qquad (2)$$

ここで，

A_I: 単位時間，１個当りの部品在庫費用

B_I: 単位時間，１個当りの製品在庫費用

A_B: 単位時間，１個当りの製品繰り越し費用

C_B: １回当たりの製品繰り越し発生費用

である．

JIT 生産システムでは，かんばんを運用することにより，過剰な在庫の保有を抑え，金利などの資本コスト，在庫管理費，陳腐化，品質低下などによる多額の損失の発生を抑制している(伊藤 2001). 上述の平均費用構造からもわかるように，かんばん枚数の決定は費用計算において非常に重要な要因となっている．

さらに，引き取り周期を考慮して，外注かんばんのみを用いる JIT 生産システムを考えた場合，生産指示・外注かんばんシステム同様，安定条件が導かれ，その条件のもとで，次の理論的性質が示される(中島，大野 1996).

１）かんばん枚数あるいは生産能力の増加に伴い，品切れ費用が減少する．

２）平準化生産により需要変動をおさえることにより品切れ費用が減少する．

一方，マルコフ決定過程(Puterman,1994)を用いることにより，同一条件の生産システムにおいて，外注かんばんを用いず，部品の最適発注量を決めることが可能となる．この時得られた最適発注政策と，最適外注かんばん枚数を用いた発注政策を数値的に比較した場合，需要分散が増加するにつれ両政策間の差は拡がっており，平準化生産の重要性が裏付けられている．また，引き取り周期が大きくなるにつれ，両政策間に差が生じており，引き取り周期の大きさも外注かんばん方式の最適性に影響を与えていることがわかる．

次章以降において，需要の確率的変動を考慮した上で，生産指示および外注かんばん枚数，生産能力の変化が平均費用に与える影響を理論的に示す．

５．確率順序と凸順序

不確実性の影響を考慮した確率モデルにおいては，確率変数あるいは分布間の半順序による解析が有効な手法として知られている．以下では，そのうちの代表的なものとして確率順序及び凸順序を定義し，それらの基本的性質について述べ，JIT 生産システムの費用特性を示す

(Stoyan 1983).

定義 1

1)確率変数 Z, Z'にたいして，任意の実数 x で $F_z(x)=Pr(Z'\leqq x)\leqq Pr(Z\leqq x)=F_z(x)$が成り立てば，$F_z\leqq_d F_{z'}$あるいは $Z\leqq_d Z'$と記し，$\leqq_d$を確率順序とよぶ.

2)任意の実数 x にたいして $E[Z-x]^+\leqq E[Z'-x]^+$のとき $F_z\leqq_c F_{z'}$あるいは $Z\leqq_c Z'$と記し，$\leqq_c$を凸順序とよぶ．ここで E は平均，$[x]^+=max(0, x)$である.

確率順序及び凸順序について，以下の補題が成立する(Stoyan 1983).

補題 1 $F_z\leqq_d F_z(F_z\leqq_c F_z)$のとき分布 θに対して $F_z*\theta\leqq_d F_z*\theta(F_z*\theta\leqq_c F_z*\theta)$が成り立つ．ここで $F_z*\theta$は分布 F_z と θのたたみこみを表す.

補題 2 $Z\leqq_d Z(Z\leqq_c Z')$であるための必要十分条件は，すべての非減少（非減少で凸）な関数 Φにたいして $E\Phi(Z)\leqq E\Phi(Z')$が成立することである.

補題 2 より，多次元の確率変数に対する確率順序及び凸順序を以下のように定義する.

定義 2

N 次元確率ベクトル $X=(X_1, \cdots, X_N)$, $X'=(X_1', \cdots, X_N')$とすべての非減少（非減少で凸）な N 変数関数 Φにたいして，$E[\Phi(X_1, X_2, \cdots, X_N)]\leqq E[\Phi(X_1', X_2', \cdots, X_N')]$を満たすとき $X\leqq_d(\leqq_c)X'$と定義する.

補題 3 確率変数 Z', Z''が，確率ベクトル$(X_1', \cdots, X_m', X_{m+1}, \cdots, X_N)$, $(X_1'', \cdots, X_m'', X_{m+1}, \cdots X_N)$と N 変数関数 Φを用いて次式で与えられている.

$Z'=\Phi(X_1', \cdots, X_m', X_{m+1}, \cdots, X_N)$, $Z''=\Phi(X_1'', \cdots, X_m'', X_{m+1}, \cdots X_N)$.

確率ベクトル$(X_1', \cdots, X_m')$と$(X_1'', \cdots, X_m'')$が$(X_{m+1}, \cdots, X_N)$と独立であるとする．この時,

1) Φが非減少関数であり，$(X_1', \cdots, X_m')\leqq_d(X_1'', \cdots, X_m'')$ならば,

$Z'\leqq_d Z''$が成り立つ.

2) Φが非減少かつ凸関数であり，$(X_1', \cdots, X_m')\leqq_c(X_1'', \cdots, X_m'')$ならば,

$Z'\leqq_c Z''$が成り立つ.

確率ベクトル列$\{X_n\}$にたいし，確率変数 $Z_{n+1}(n=1, 2, \cdots)$が，Z_n と X_n の関数 Φ_nによって次式で与えられているものとする.

$$Z_{n+1}=\Phi_n(Z_n, X_n) \tag{3}$$

補題 4 式(3)と同様に Φ_n と$\{X_n'\}$,$\{X_n''\}$で定義される確率変数を$\{Z_{n+1}'\}$,$\{Z_{n+1}''\}$で表すものとする．すべての n で Φ_n が非減少(非減少かつ凸)で，$X_n'\leqq_d X_n''(X_n'\leqq_c X_n'')$であり，$Z_1'\leqq_d Z_1''(Z_1'\leqq_c Z_1'')$ならば $Z_{n+1}'\leqq_d Z_{n+1}''(Z_{n+1}'\leqq_c Z_{n+1}'')$である.

補題 5 式(3)において，独立で同一の分布に従う確率ベクトル列$\{X_n\}$とすべての n で $\Phi_n=\Phi$である関数 Φとで与えられる確率変数を Z_{n+1} とおく．Φが非減少(非減少かつ凸)で，$Z_1\leqq_d Z_2$ $(Z_1\leqq_c Z_2)$ならば，すべての $n(=1, 2, \cdots)$に対して $Z_n\leqq_d Z_{n+1}$ $(Z_n'\leqq_c Z_{n+1}'')$である.

補題 6 確率変数列 Z_n, Z_n'が Z, Z'へ法則収束し，$EZ<\infty$, $EZ'<\infty$, $E[Z_n]^+=E[Z]^+$, $E[Z_n']^+=E[Z']^+$であるとする．このとき $Z_n\leqq_d Z_n'(Z_n\leqq_c Z_n')$ならば $Z\leqq_d Z'(Z\leqq_c Z')$である.

6. JIT 生産システムの確率的性質

第４章の安定条件のもとで，需要分布，かんばん枚数，生産能力等が変化したとき，繰り越し需要量がどのように変化するかを調べる．すなわち，生産指示かんばんと外注かんばんを用いた JIT 生産方式の性質を示す．まず，需要分布が ϕから ϕ'へ変化する場合を考える．第４章の生産指示・外注かんばんモデル（図 1）において，第 n 期の需要量 D_n の分布を $\phi(d)=Pr(D_n=d)$, D_n'の分布を $\phi'(d)=Pr(D_n'=d)$とおく．以下 $\phi\leqq_c\phi'$であり，$E[D_n]=E[D_n']=D$ を仮定する．このとき，分散 $Var(D_n)\leqq Var(D_n')$である．また $M'=min\{M,C\}$とおき，需要 D_n に対する繰り越し需要量等を

$$Y_n=X_{n(L+1)+1} \tag{4}$$

$$U_n=max(D_{n(L+1)}, D_{n(L+1)}+D_{n(L+1)-1}-M', \cdots, \sum_{i=1}^{L+1}D_{(n-1)(L+1)+i}-LM'\} \tag{5}$$

$$V_n=\sum_{i=1}^{L+1}D_{(n-1)(L+1)+i}-min\{(L+1)M', N\} \tag{6}$$

$$Y_n=max(U_n, Y_{n-1}+V_n) \tag{7}$$

とする．同様に，需要 D_n'に対する繰り越し需要量等を $X'_{n(L+1)+1}, U_n', V_n', Y_n'$等で表せば，第５章における補題１と仮定から任意の n で $V_n\leqq_c V_n'$ である．また,

$\phi_1(x_1, x_2, \cdots, x_{L+1})$

$=max\{x_1, x_1+x_2-M', \cdots, x_1+\cdots+x_{L+1}-LM'\}$

$=x_1+max\{0, x_2-M', \cdots, (x_2-M')+\cdots+(x_{L+1}-M')\}$

とおけば ϕ_1は$(x_1, x_2, \cdots, x_{L+1})$に関して非減少となり,

$\phi_1(\lambda x_1+(1-\lambda)x_1', \cdots, \lambda x_{L+1}+(1-\lambda)x'_{L+1})$

$=\lambda(x_1-M')+(1-\lambda)(x_1'-M')+max\{0, \lambda(x_2-M')+(1-\lambda)(x_2'-M'), \cdots, \lambda\{(x_2-M')+\cdots+(x_{L+1}-M')\}+(1-\lambda)\{(x_2'-M')+\cdots+(x_{L+1}'-M')\}\}$

であり,

$\max\{0,\ \lambda(x_2-M')+(1-\lambda)(x_2'-M')\} \leqq \lambda \max\{0, x_2-M'\} +(1-\lambda)\max\{0, x_2'-M'\}$, $\max\{0,\ \lambda(x_2-M')+(1-\lambda)(x_2'-M'),\ \lambda(x_2-M')+(1-\lambda)(x_2'-M')+\lambda(x_3-M')+(1-\lambda)(x_3'-M')\} \leqq \lambda \max\{0,\ x_2-M',\ x_2-M'+x_3-M'\}+(1-\lambda)\max\{0,\ x_2'-M',\ x_2'-M'+x_3 M'\}$

より

$\phi_1(\lambda x_1+(1-\lambda)x_1', ,\ \cdots,\ \lambda x_{L+1}+(1-\lambda)x'_{L+1})$

$\leqq \lambda \phi_1(x_1, x_2,\ \cdots, x_{L+1})+(1-\lambda)\phi_1(x_1', x_2',\ \cdots, x_{L+1}')$

が成り立ち ϕ_1 は$(x_1, x_2,\ \cdots, x_{L+1})$に関して凸である．

従って，補題３より条件

$\{D_{n(L+1)},\ D_{n(L+1)-1},\ \cdots,\ D_{(n-1)(L+1)+1}\} \leqq_c \{D_{n(L+1)}',\ D_{n(L+1)-1}',\ \cdots,\ D_{(n-1)(L+1)+1}'\}$

が成り立つので，$U_n \leqq_c U_n'$ をうる．

$\phi_2(x, y_1, y_2)=\max\{y_1, x+y_2\}$とおけば ϕ_2 は(x, y_1, y_2)に関して非減少であり，

$\phi_2(\lambda x+(1-\lambda)x',\ \lambda y_1+(1-\lambda)y_1',\ \lambda y_2+(1-\lambda)y_2'\}$

$=\max\{\lambda y_1+(1-\lambda)y_1',\ \lambda x+(1-\lambda)x'+\lambda y_2+(1-\lambda)y_2'\}$

$=\max\{\lambda y_1+(1-\lambda)y_1',\ \lambda(x+y_2)+(1-\lambda)(x'+y_2')\}$

$\leqq \lambda \max\{y_1, x+y_2\}+(1-\lambda)\max\{y_1', x'+y_2'\}$

より(x, y_1, y_2)に関して凸である．したがって，式(4)と補題４より $X_1 \leqq_c X_1'$のとき，すべての n で

$$X_{n(L+1)+1} \leqq_c X_{n(L+1)+1}' \tag{8}$$

となる．また，$X_1=0$ とおけば $X_1 \leqq_c X_{L+2}=\max\{U_1, V_1\}$が成り立ち補題５より，

$$X_{(n-1)(L+1)+1} \leqq_c X_{n(L+1)+1} \tag{9}$$

を得る．以上より，$D_n \leqq_c D_n'$のとき(8)式が成立し補題６より，

$$X_\infty \leqq_c X_\infty'. \tag{10}$$

ゆえに任意の非減少凸関数 f に対して $E[f(X_\infty)] \leqq E[f(X_\infty')]$となり, $r \geqq 1$ に対して, $E[X_\infty^r] \leqq E[(X_\infty')^r]$である．$B_\infty=[X_\infty-M]^+$であるため，$B_\infty=[X_\infty-M]^+ \leqq_c [X_\infty'-M]^+=B_\infty'$ となる．したがって $E[f(B_\infty)] \leqq E[f(B_\infty')]$を満たし，$r \geqq 1$ に対して，$E[B_\infty^r] \leqq E[(B_\infty')^r]$となる．すなわち需要分散が増加するにつれ繰り越し需要量の r 次のモーメントが増加することが示されている．

次に，かんばん枚数，生産能力が M, N, C から $\overline{M}, \overline{N}, \overline{C}$ へ変化する場合を考える．それぞれに対する繰り越し需要量等を X_n, B_n および $\overline{X}_n, \overline{B}_n$ で表す．式(5), (6), (7)より，$M' = \min\{M,C\} \leqq \overline{M}' = \min\{\overline{M}, \overline{C}\}$，$N \leqq \overline{N}$ のとき $\overline{U}_n \leqq_d U_n$, $\overline{V}_n \leqq_d V_n$ となり，補題４より $\overline{X}_1 \leqq_d X_1$ のときすべての n で $\overline{X}_{n(L+1)+1} \leqq_d X_{n(L+1)+1}$ したがって，補題５，補題６より，$\overline{X}_\infty \leqq_d X_\infty$, $\overline{B}_\infty \leqq_d B_\infty$となり任意の非減少関数 f に対して $E[f(\overline{X}_\infty)] \leqq E[f(X_\infty)]$, $E[f(\overline{B}_\infty)] \leqq E[f(B_\infty)]$となり，$r \geqq 0$ に対して，$E[\overline{X}_\infty^r] \leqq E[X_\infty^r]$, $E[\overline{B}_\infty^r] \leqq E[B_\infty^r]$である．したがって，生産能力あるいはかんばん枚数が増加するにしたがい，繰り越し需要量の r 次のモーメントは減少することが示された．

上記関数 f は，製品繰り越し需要量にたいする一般的な品切れ費用関数と考えることができる．この時，外注かんばん枚数あるいは生産能力が増加するにつれ，平均品切れ費用が減少することを示している．実際 Ohno *et al.*(1995)では，かんばん枚数あるいは生産能力の増加に伴い，品切れ費用が減少することや，生産能力が増加するにつれ，最適かんばん枚数が増加することを数値的に示している．同様に，需要分布が凸順序の意味で減少すれば，製品繰り越し需要量の平均品切れ費用が減少することを示している．特に平均需要量が変化しない場合，凸順序の意味での減少は，需要分散の減少を意味しており，平準化生産により需要変動をおさえることの重要性を裏付けている．

７．結言

本稿では，JIT 生産システムの考え方とその基礎的運用手段であるかんばん方式を概説し，外注かんばんおよび生産指示かんばんを用いた単一工程 JIT 生産システムのモデル化と安定条件を示した．さらに確率順序および凸順序により，一般的な費用関数に対する次の２つの理論的な費用特性を示した．

(1)かんばん枚数あるいは生産能力の増加に伴い，品切れ費用が減少する．

(2)平準化生産によって需要変動をおさえることにより品切れ費用が減少する．

JIT 生産システムでは, 2 種類のかんばんを用いたかんばん方式の運用により在庫のムダ，作りすぎのムダといったムダの排除を行う仕組みが組み込まれており，効率的な生産システムといえる．しかしながらその運用に際しては，平均費用に影響を与える生産の平準化，かんばん枚数や生産能力の決定法についての注意が必要であり，今後はさらに環境面にも配慮したシステムの評価と継続的改善が求められる。

謝辞　本研究の一部は科学研究費基盤研究(C) 22510163 の補助を受けて行われたことを付記する．

参考・引用文献

(1) 伊藤嘉博，コストマネジメント入門，日本経済新聞社(2001).

(2) 大野勝久，田村隆善，森健一，中島健一，生産管理システム，朝倉書店(2002).

(3) 大野耐一, トヨタ生産方式−脱規模の経営をめざして, ダイヤモンド社(1978).

(4) 小谷重徳, かんばん方式の数理，オペレーションズ・リサーチ, Vol.32, pp.730-738(1987).

(5) 中島健一, 経営管理とビジネスモデル，オフィス・オートメーション, Vol. 22, pp.52-56(2001).

(6)中島健一，大野勝久，外注かんばん方式の確率的性質と最適性，日本経営工学会誌，Vol.47 ，No.2, pp.100-106(1996)

(7) 門田安弘, 新トヨタシステム，講談社(1991).

(8) Taylor, F. W.(上野陽一訳）,科学的管理法，産能大学出版部(1969).

(9) Ohno K., K. Nakashima and M. Kojima, "Optimal numbers of two kinds of kanbans in a JIT production system," *International Journal of Production Research*, Vol. 33, pp.1387-1401(1995).

(10) Puterman, M. L. Markov Decision Processes. New York (John Wiley & Sons): Discrete Stochastic Dynamic Programming (1994) .

(11) Ross, D., Wormack, J.P. and Johns, D.T., *The Machine That Changed The World*, Macmillan Pub. Comp(1990).

(12) Stoyan, D., *Comparison methods for queues and other stochastic models*, Akademie-Verlag Berlin: John Wiley &Sons.(1983)